4.4 Portafolio de *N* activos riesgosos

Rendimiento y riesgo de un portafolio de *N* activos riesgosos

En la práctica, los gestores de portafolios suelen tener un amplio número de clases de activos disponibles para combinar. Para iniciar el estudio de los portafolios de *N* activos riesgosos dentro del análisis de media-varianza, comenzaremos con un portafolio de cuatro clases de activos riesgosos.

Asumamos que trabajamos como gestores de fondos para una firma comisionista, y uno de nuestros clientes, el señor Ortiz, desea que se le diseñe un portafolio óptimo de inversión para cinco años. En principio, nuestro departamento de investigaciones económicas ha seleccionado cuatro clases de activos: las acciones colombianas representadas por el COLCAP (Activo A); las chilenas, representadas por IPSA (B); TES a largo plazo (C) y Bonos del Tesoro de Estados Unidos (T-Bonds, D). Como tasa libre de riesgo se toma la de los TES a cinco años. Los rendimientos esperados, los riesgos y las correlaciones, todos ellos en pesos, se presentan en la Tabla 4.8. Estos valores de entrada proceden, en parte, de un análisis prospectivo de los mercados financieros involucrados, en particular para los rendimientos esperados, ya que no deben basarse en valores históricos, mientras que los riesgos y las correlaciones sí pueden parcialmente basarse en ellos, como se discute en las Secciones 3.2 y 4.7.

Tabla 4.8 Rendimientos, riesgos y correlaciones en una muestra de activos riesgosos y activo libre de riesgo

	Activo					R_F
	A COLCAP	B IPSA	C TES LP	D T-Bonds		TES CP
$E[R]$	12,0%	13,0%	7,5%	4,0%		5,0%
σ_i	20,0%	22,0%	10,0%	16,0%		0%

Matriz de correlaciones ρ_{ij}

	A	B	C	D
A	1,00	0,53	0,46	–0,41
B	0,53	1,00	0,32	–0,27
C	0,46	0,32	1,00	–0,05
D	–0,41	–0,27	–0,05	1,00

Supongamos que, en principio, conformamos un portafolio cualquiera con $\omega_A = 5\%$ acciones colombianas, $\omega_B = 25\%$ chilenas, $\omega_C = 30\%$ renta fija en pesos, y $\omega_D = 40\%$ en T-Bonds.

El rendimiento esperado será simplemente la ponderación de los rendimientos esperados de cada uno de los cuatro activos, generalizando la expresión [4.1]:

$$E[R_P] = \omega_A E[R_A] + \omega_B E[R_B] + \omega_C E[R_C] + \omega_D E[R_D]. \qquad [4.12]$$

En el ejemplo tenemos: $E[R_P] = 7{,}70\% = 5\% \times 12\% + 25\% \times 13\% + 30\% \times 7{,}5\% + 40\% \times 4\%$.

Esto se puede expresar sintéticamente en la siguiente fórmula, en función de los rendimientos esperados individuales, $E[R_i]$, y de los porcentajes de cada activo dentro del valor del portafolio, ω_i :

$$E[R_P] = \sum_{i=1}^{N} \omega_i E[R_i]. \qquad [4.13]$$

Ahora ocupémonos del riesgo del portafolio de cuatro activos. Para ello partamos de la ecuación [4.4], del riesgo de dos activos. Esta ecuación está presentada en términos de una matriz de 2 × 2, cuyos elementos son las covarianzas entre cada par de activos, y tenemos la participación de cada activo tanto en los encabezados de las columnas como en los de las filas, como se representa en la Figura 4.7a. Los términos σ_1^2 y σ_2^2, que se multiplican respectivamente por ω_1^2 y ω_2^2, se refieren a la varianza, es decir, el promedio de desviaciones cuadráticas de los rendimientos de cada activo. Por su parte, el término $\sigma_{12} = \rho_{12} \times \sigma_1 \times \sigma_2$ (véase ecuación 4.3b) que se multiplica por $\omega_1 \omega_2$, aparece dos veces y se refiere a la covarianza, el promedio de las productos de las desviaciones de cada activo con el otro.

Generalizando este patrón, la Figura 4.7b sugiere la expresión para el riesgo de un portafolio de cuatro activos. Tenemos cuatro componentes en la diagonal principal, correspondientes a los riesgos de cada activo (varianzas, es decir, interacciones consigo mismos), y doce términos por fuera de la diagonal, que son los riesgos causados por la interacción de cada par de activos diferentes (covarianzas).

Figura 4.7 Expresión del riesgo de un portafolio de 2, 4 y N activos como una matriz de interacciones entre los activos

a)

$$\begin{array}{c|c|c|}
 & \omega_1 & \omega_2 \\ \hline
\omega_1 & \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \hline
\omega_2 & \sigma_{21} & \sigma_2^2 \\ \hline
\end{array}$$

b)

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|}
 & \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 & \omega_4 \\ \hline
\omega_1 & \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\ \hline
\omega_2 & \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\ \hline
\omega_3 & \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 & \sigma_{34} \\ \hline
\omega_4 & \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_4^2 \\ \hline
\end{array}$$

c)

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|}
 & \omega_1 & \omega_2 & \omega_3 & & & & \omega_N \\ \hline
\omega_1 & \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_{1N} \\ \hline
\omega_2 & \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_{2N} \\ \hline
\omega_3 & \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 & \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_{3N} \\ \hline
 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline
 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline
 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \hline
\omega_N & \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \sigma_{N3} & & & & \sigma_N^2 \\ \hline
\end{array}$$

De esta forma, el riesgo de un portafolio de cuatro activos está dado por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
\sigma_P^2 = {} & \omega_A^2\,\sigma_A^2 + \omega_B^2\,\sigma_B^2 + \omega_C^2\,\sigma_C^2 + \omega_D^2\,\sigma_D^2 \\
& + 2\,\omega_A\omega_B\sigma_{AB} + 2\,\omega_A\omega_C\sigma_{AC} + 2\,\omega_A\omega_D\sigma_{AD} \\
& + 2\,\omega_B\omega_C\sigma_{BC} + 2\,\omega_B\omega_D\sigma_{BD} \\
& + 2\,\omega_C\omega_D\sigma_{CD}. \qquad [4.14]
\end{aligned}$$

Para el ejemplo en mención, y empleando los riesgos y correlaciones presentados en la Tabla 4.8, y recordando que la covarianza se obtiene con las correlaciones y los riesgos ([4.3b] $\sigma_{AB} = \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B$), tenemos:

$$\begin{aligned}
\sigma_P^2 = {} & 5\%^2 \times 20\%^2 + 25\%^2 \times 22\%^2 + 30\%^2 \times 10\%^2 + 40\%^2 \times 16\%^2 \\
& + 2 \times 5\% \times 25\% \times 20\% \times 22\% \times 0{,}53 + 2 \times 5\% \times 30\% \times 20\% \times 10\% \times 0{,}46 + 2 \times 5\% \times 40\% \times 20\% \times 16\% \times -0{,}41 \\
& + 2 \times 25\% \times 30\% \times 22\% \times 10\% \times 0{,}32 + 2 \times 25\% \times 40\% \times 22\% \times 16\% \times -0{,}27 \\
& + 2 \times 30\% \times 40\% \times 10\% \times 6\% \times -0{,}05
\end{aligned}$$

$$\sigma_P^2 = 0{,}0074184.$$

Y expresándolo como desviación estándar: $\sigma_p = \sqrt{(0{,}0074184)}$ = 8,613%.

Por su parte, el riesgo de un portafolio de N activos puede derivarse de manera análoga, como se presenta en la Figura 4.7c. Se tienen N activos interactuando con N activos, es decir, N^2 interacciones. De éstas, hay N interacciones que son los riesgos particulares de cada activo, asociados a los términos de varianza σ_i^2 y pesos ω_i^2. Los restantes $N^2 - N$ elementos de la matriz están asociados a los términos σ_{ij} de covarianza entre dos activos diferentes, i y j, y con peso $\omega_i\omega_j$. El riesgo total del portafolio, como varianza σ_p^2, puede expresarse en forma sintética de dos maneras: se suman todos los términos de la matriz por sus pesos respectivos, primero en columnas y luego por filas:

$$\sigma_P^{\;2} = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \; . \qquad [4.15]$$

o, alternativamente, separando los términos dentro de la diagonal principal (varianzas) y los términos por fuera de ella (covarianzas), como se presenta a continuación:

$$\sigma_P^{\;2} = \sum_{i=1}^{N} \omega_i^{\;2} \sigma_i^{\;2} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N} \sum_{j=1}^{N} \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \; . \qquad [4.16]$$

Ambas expresiones son equivalentes, dado que, como recordaremos, la covarianza de los rendimientos de cada activo con ellos mismos es su varianza, $\sigma_{ij} = \sigma_i^2$, con lo cual el término central de [4.16] es sólo el caso particular del [4.15] cuando $i = j$.

Ahora bien, hemos mencionado que, en la práctica, resulta más fácil estimar correlaciones que covarianzas, dado que aquellas son variables acotadas entre –1 y 1, e históricamente tienden a comportarse de una manera predecible (Sección 4.7). En consecuencia, reexpresamos [4.16] empleando la ecuación [4.3b], para dejarla en función de los riesgos individuales y de las correlaciones:

$$\sigma_P^{\;2} = \sum_{i=1}^{N} \omega_i^{\;2} \sigma_i^{\;2} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N} \sum_{j=1}^{N} \omega_i \, \omega_j \, \rho_{ij} \, \sigma_i \sigma_j \, . \qquad [4.17]$$

Para un portafolio de, por ejemplo, 20 activos, las expresiones [4.15] a [4.17] tienen cada una 400 términos individuales, 20 términos de efectos de cada acción (varianzas) y 380 de efectos cruzados entre los activos (covarianzas). En la práctica, el cálculo del riesgo del portafolio se simplifica enormemente con el uso de un *software* cuantitativo adecuado, como se presenta en el Anexo 4B.

Etapas en la optimización de un portafolio de activos riesgosos

Una de las preguntas centrales de la teoría de portafolio consiste en escoger la combinación óptima de activos para un cierto inversionista. La solución a este problema tiene implicaciones, no sólo para la selección de portafolios, sino también para los modelos de valoración de activos de inversión, como estudiaremos en el Capítulo 5. Para mayor claridad, este problema suele separarse en las siguientes dos etapas, la segunda de las cuales tiene dos alternativas:

- La optimización del portafolio de activos riesgosos, hallando la frontera eficiente.
- La estimación del portafolio óptimo de activos riesgosos, acorde con la aversión al riesgo del inversionista, si no se admite invertir o apalancar a la tasa libre de riesgo.

O alternativamente:

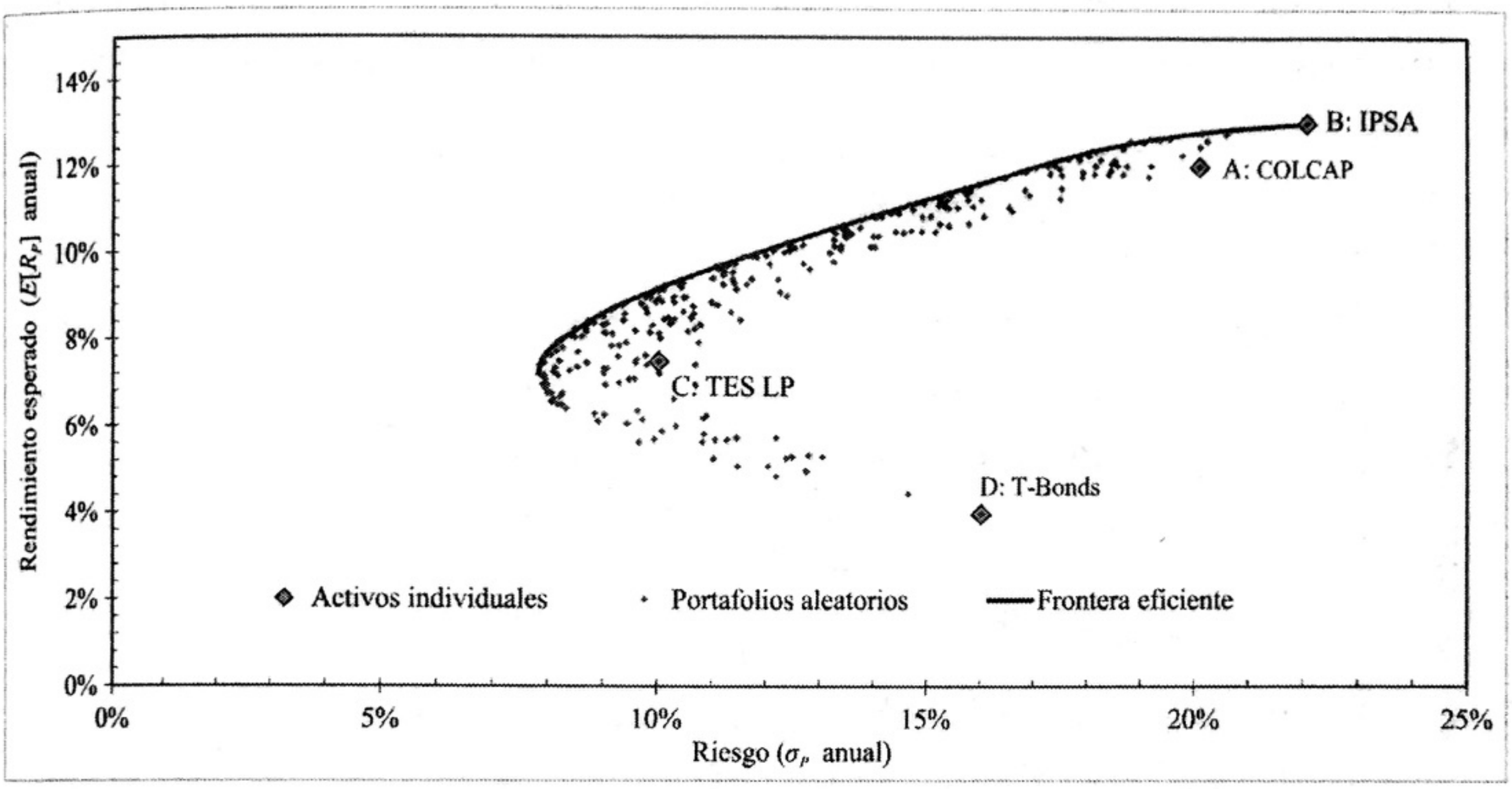
- La estimación de la combinación óptima entre portafolio óptimo riesgoso y el activo libre de riesgo, acorde con la aversión al riesgo del inversionista.

A continuación describimos cada una de dichas etapas.

Frontera eficiente: la optimización del portafolio de activos riesgosos

Continuando con el ejemplo del señor Ortiz, como gestores de fondos deseamos conocer el posible conjunto de portafolios que son "eficientes", dados los supuestos de rendimiento, riesgo y correlaciones de la Tabla 4.8. En la Figura 4.8 se representa, en el espacio rendimiento-riesgo, las cuatro clases de activos presentadas en la Tabla 4.8, y un conjunto de doscientos portafolios aleatorios entre los cuatro activos considerados. Se aprecia que hay una línea que los envuelve en la parte superior, y que comprende los portafolios eficientes, es decir, aquellos que maximizan el rendimiento para un nivel de riesgo dado. A dicha línea la denominaremos *frontera eficiente*. Cualquier inversionista averso al riesgo preferirá invertir en uno de los portafolios de la frontera eficiente, dado que dominan a todos los demás.

Figura 4.8 Portafolios aleatorios y frontera eficiente con base en cuatro activos riesgosos



Cuando se tienen más de dos activos riesgosos, hallar dichos portafolios eficientes es una tarea que requiere de una herramienta cuantitativa adecuada. Fundamentalmente, se trata de un problema de optimización cuadrática, en el cual, para un cierto nivel de riesgo dado, se determinan los pesos de los activos que maximizan el rendimiento esperado, bajo la restricción de que dichos pesos sumen 100%. De manera general, en portafolios de inversión también se exige que ninguno de los activos tenga un peso negativo.[12] Un ejemplo de solución de este tipo de optimización empleando el programa Solver de Excel, para un portafolio de cuatro activos, es detallado en el Anexo 4B. La Tabla 4.9 y la Figura 4.9 presentan la composición de los portafolios óptimos, que combinan las

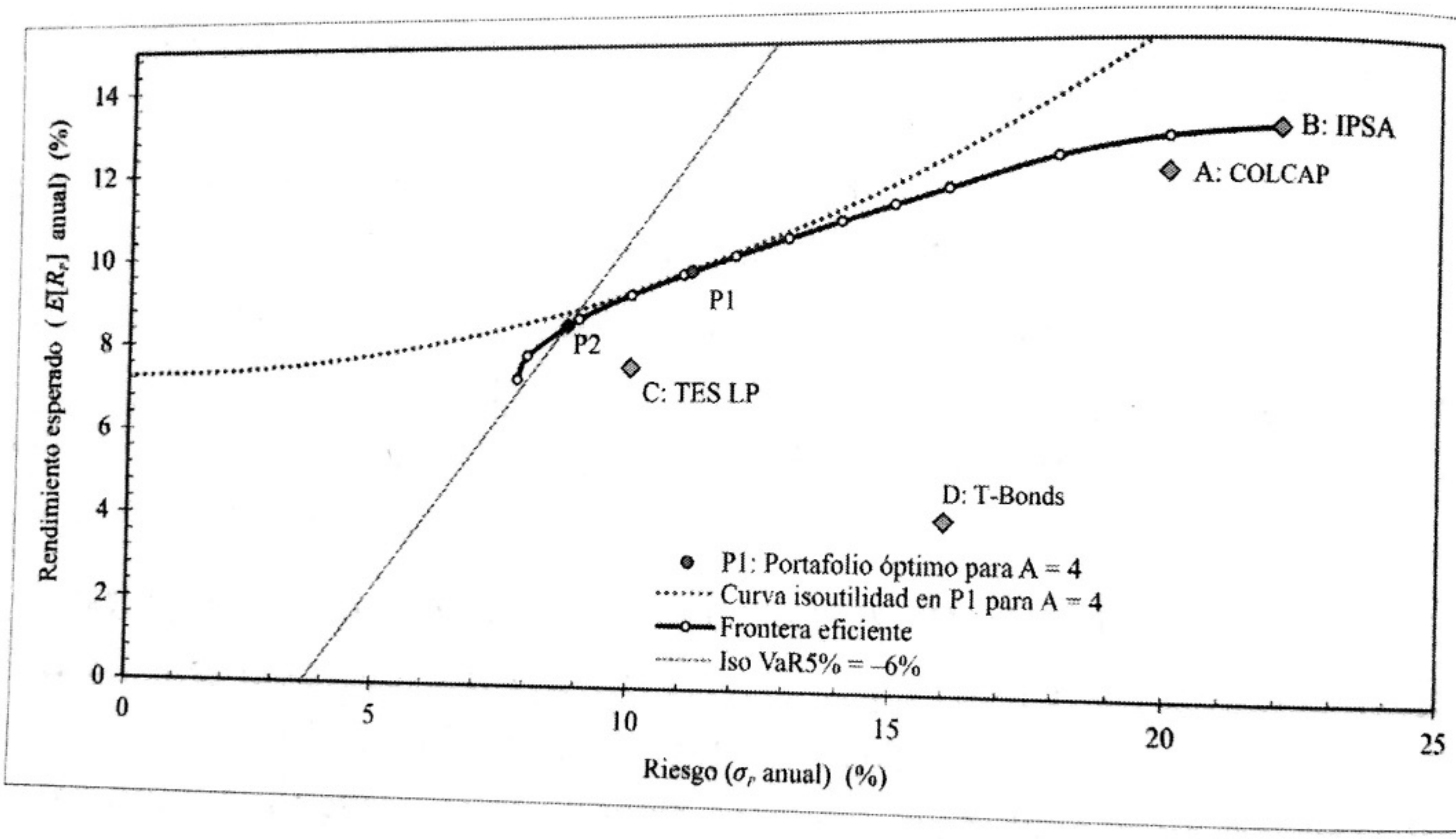
---

12 Hemos mencionado que significa que no puede haber ventas en corto y que es una restricción realista para inversionistas institucionales y, en general, para portafolios de inversión a largo plazo. Un caso donde presumiblemente se podrían aceptar ventas en corto serían posiciones especulativas en el corto plazo.

cuatro clases de activos para diferentes niveles de riesgo (mínimo riesgo, 8, 9, hasta 22%), y su posición en el rendimiento-riesgo.

Observamos que la frontera eficiente es una curva cóncava creciente que inicia en el portafolio de mínimo riesgo (riesgo 7,8% en la Tabla 4.9), y termina en el activo de máximo rendimiento (B: acciones chilenas). Como su nombre lo indica, el *portafolio de mínimo riesgo* es la combinación de los activos riesgosos que presenta el menor riesgo posible. Su composición se obtiene mediante optimización. Ver Anexo 4B.

Figura 4.9 y Tabla 4.9 Composición, rendimiento y riesgo de portafolios eficientes



ω_A	A: COLCAP	11%	15%	21%	26%	29%	32%	35%	38%	41%	43%	47%	20%	0%
ω_B	B: IPSA	7%	12%	19%	24%	28%	32%	36%	39%	42%	45%	51%	80%	100%
ω_C	C: TES LP	49%	43%	34%	28%	23%	19%	15%	11%	7%	3%	0%	0%	0%
ω_D	D: T-Bonds	34%	30%	25%	22%	20%	17%	15%	13%	10%	8%	2%	0%	0%
$E[R_P]$	Rend. esperado del portafolio	7,2%	7,8%	8,6%	9,2%	9,7%	10,1%	10,5%	10,9%	11,3%	11,7%	12,4%	12,8%	13,0%
σ_P	Riesgo de portafolio	Mínimo 7,8%	8,0%	9,0%	10,0%	11,0%	12,0%	13,0%	14,0%	15,0%	16,0%	18,0%	20,0%	22,0%

La composición de los portafolios de la frontera eficiente varía de manera consistente. Comienza con participación en los cuatro activos para niveles de riesgo desde 7,8 hasta 16% anual. En forma progresiva van ganando peso las acciones colombianas (A) y chilenas (B) hasta un cierto nivel de riesgo, 18%, a partir de la cual empiezan a perder importancia las primeras a favor de las segundas. Los TES de largo plazo (C), siendo el activo de menor riesgo, es muy importante para los portafolios de menor riesgo. Por último, el activo de máximo rendimiento esperado, acciones chilenas (B), gana progresivamente participación en la composición de los portafolios óptimos hasta terminar siendo el único activo para su nivel de riesgo, 22%. En este último punto sigue siendo válida la observación que hacíamos en la Sección 4.2 con el portafolio de dos activos: un portafolio puede tener menos riesgo que los activos que lo conforman, pero no puede obtener mayor rendimiento esperado que el del activo de mayor rendimiento esperado.[13]

Portafolio riesgoso óptimo sin activo libre de riesgo

La frontera eficiente representa las combinaciones eficientes de los cuatro activos, sin considerar combinaciones con la tasa libre de riesgo. Sin embargo, no responde aún cuál sería la composición óptima del portafolio para el cliente. La respuesta inicial, acorde con el análisis de la Sección 3.7, consiste en hallar el máximo equivalente de certeza R^Q para nuestro inversionista.

Una encuesta de entrada nos entrega que la aversión al riesgo del señor Ortiz es de $A = 4.0$. Con un procedimiento de optimización cuadrática podemos obtener el siguiente portafolio, que optimiza su utilidad, medida por el equivalente de certeza R^Q.

ω_A	ω_B	ω_C	ω_D	$E[R_P]$	σ_P	R^Q
30%	29%	23%	19%	9,7%	11,2%	7,3%

13 De hecho, sería posible si se admitieran ventas en corto. Algunos portafolios donde se venden en corto activos poco eficientes para aumentar posiciones de los activos de máximo rendimiento podrían dominar el activo de mayor rendimiento, pero esto no suele ser factible para inversiones de largo plazo ni aceptado para inversionistas institucionales.

Éste es el portafolio que logra la combinación óptima entre rendimiento y riesgo para el señor Ortiz, y resulta tener un rendimiento esperado del 9,7% y un riesgo del 11,2%, ambos anuales. Este portafolio se indica como P1 en la Figura 4.9, junto con la línea de isoutilidad de este inversionista. Observamos que, como en el caso del portafolio de dos activos (Figura 4.3), la curva de isoutilidad del señor Ortiz es tangente a la frontera eficiente en su portafolio óptimo, lo cual tiene sentido, pues no es posible obtener una mayor utilidad para el cliente sin salirse del conjunto de portafolios factibles.

Como alternativa al empleo del factor de aversión al riesgo y el equivalente de certeza, puede más práctico y fácil de explicar determinar el portafolio óptimo a partir del máximo nivel de pérdida que estaría dispuesto a asumir el cliente. Una forma de expresar esto es con el $VaR_{5\%}$ (Sección 3.3), que mide la pérdida máxima que se puede obtener en una inversión, en un determinado período, con un nivel de confianza del 95%. Para ilustrar su manejo, digamos que otra cliente, la señora Robles, a quien también le estamos ofreciendo portafolios basados en los mismos cuatro activos riesgosos, nos dice que si bien no entiende el concepto de riesgo medido como desviación estándar, sí tiene claro que sólo estaría dispuesta a tolerar, en condiciones normales, una pérdida de hasta el 6% del capital en un año, es decir, un rendimiento anual de –6%. Esta pérdida máxima puede enunciarse en términos de un VaR, consistente con la discusión que hicimos en la Sección 3.3, por ejemplo, identificando $VaR_{5\%} = -6\%$ como el menor rendimiento que podría llegar a obtener la cliente, eso si, reconociendo que hay una pequeña probabilidad (5%) de que sea aún más bajo.

Recordemos que el $VaR_{5\%}$, asumiendo normalidad en la distribución de rendimientos, se calcula con la fórmula [3.10]: $VaR_{5\%} = E[R] - 1{,}65\sigma$. Es posible realizar la optimización del portafolio, mediante la maximización del rendimiento con un objetivo fijo de VaR. Al realizarlo, encontramos el siguiente portafolio óptimo para la señora Robles, que se ubica en el punto P2 del espacio rendimiento-riesgo en la Figura 4.9:[14]

[14] Como se ilustra en la Figura 4.8. Geométricamente, este punto es la intersección de la frontera eficiente con una línea de $VaR_{5\%}$ constante de –2%. Notemos que si fijamos el $VaR_{5\%}$ en dicho valor, la relación entre rendimiento y riesgo es la ecuación de una línea recta: $-3\% = E[R] - 1{,}65\,\sigma$.

ω_A	ω_B	ω_C	ω_D	$E[R_P]$	σ_P	$VaR_{5\%}$
20%	18%	36%	26%	8,8%	8,5 %	–6,0%

Comparando los portafolios óptimos del señor Ortiz y la señora Robles, podemos concluir que él es menos averso al riesgo, al estar dispuesto a asumir un riesgo mayor en búsqueda de un mayor rendimiento. De hecho, con los valores de rendimiento y riesgo del portafolio óptimo para el señor Ortiz estimamos su $VaR_{5\%}$ en –8,7% anual (=11,2% – 1,65 × 7,3%), de mayor magnitud que el de ella, lo que nos confirma su mayor capacidad de asumir riesgo.

Resumiendo, hemos encontrado el portafolio óptimo de activos riesgosos para un inversionista a partir de los supuestos de rendimiento esperado, y la matriz de varianzas y covarianzas, o lo que es equivalente, a los riesgos individuales y correlaciones entre ellos. De esta forma, encontramos los portafolios eficientes en términos de rendimiento y de riesgo, en lo que se conoce como el *análisis de media varianza*. Posteriormente, involucramos las preferencias al riesgo del inversionista de dos modos: ya sea en forma de su coeficiente de aversión al riesgo, con el que hallamos el portafolio que maximiza su equivalente de certeza, o partiendo de su VaR y optimizando el rendimiento esperado. Ahora bien, normalmente los inversionistas desean invertir parte de su portafolio en el activo libre de riesgo, por lo cual hay que considerarlo en el análisis del portafolio, como hacemos a continuación.

Optimización de portafolio de activos riesgosos y activo libre de riesgo

En el análisis de portafolio óptimo que acabamos de realizar, deliberadamente hemos ignorado el activo libre de riesgo dentro del portafolio. Esto se hace para facilitar el análisis teórico del concepto de *frontera eficiente* de sólo activos riesgosos, pero normalmente no hay motivo alguno para que una persona renuncie a invertir parte de su capital en el activo libre de riesgo. Más aún, a ciertos inversionistas les es posible apalancarse a una tasa similar a la libre de riesgo. A continuación nos ocupamos del análisis de la combinación óptima del portafolio de N activos riesgosos con el activo libre de riesgo y las consecuencias que de allí se derivan para la teoría de portafolio.

Retomemos el ejemplo del señor Ortiz, pero esta vez incorporando un activo libre de riesgo que, para el plazo de inversión de cinco años, como se indica en la Tabla 4.8, ofrece una tasa de 5,0% anual.[15] De esta forma tenemos una nueva variable para optimizar: la proporción q, que se invertirá en el portafolio riesgoso, además de los pesos ω_A, ω_B, ω_C, y ω_D de los activos dentro de dicho portafolio riesgoso. Así, se invertirá en el activo libre de riesgo la proporción $1-q$. Tratamos por separado al activo libre de riesgo del portafolio de activos riesgosos, para conservar la línea de análisis de la Sección 4.3 de este mismo capítulo.

Retomemos las expresiones del rendimiento y el riesgo para la combinación C óptima entre el portafolio P y el activo libre de riesgo:

$$E[R_C] = q\,E[R_P] + (1-q)\,R_F, \qquad [4.7]$$

$$\sigma_C = q\;\sigma_P. \qquad [4.8]$$

Para distinguirlos, llamamos *portafolio riesgoso óptimo P** al portafolio de activos riesgosos y *combinación óptima C** a la combinación entre dicho portafolio P^* y el activo libre de riesgo que resulten los mejores para el inversionista.

Teorema de separación

Una importante implicación del anterior análisis es que, dado un conjunto de activos riesgosos y un activo libre de riesgo en el que se puede invertir o financiarse, el portafolio riesgoso óptimo T es el mismo para todos los inversionistas, independiente de su grado de aversión al riesgo. Reiteramos que esto se debe a que T es el portafolio de máxima Razón de Sharpe y, por lo tanto, su línea de combinaciones con la tasa libre de riesgo R_F_T domina a la frontera eficiente.

Cualquier inversionista, en principio, prefiere la línea de combinaciones R_F_T a otro portafolio de la frontera eficiente. La aversión al riesgo del inversionista sólo es relevante para determinar la proporción óptima entre R_F y T, es decir, la combinación específica en la línea R_F_T.

Este resultado, fundamental dentro de la teoría clásica de portafolio, se conoce como el *teorema de separación*, planteado por James Tobin.

Específicamente, este teorema postula que el problema de optimización de portafolio puede ejecutarse en dos pasos:

- Hallar el portafolio óptimo riesgoso bajo el criterio de media varianza: a partir de los rendimientos esperados y la matriz varianza-covarianza (o los riesgos y correlaciones), se encuentra el portafolio de máxima Razón de Sharpe T.
- Hallar la combinación óptima entre el activo libre de riesgo y el portafolio riesgoso óptimo q^*, partiendo de la aversión al riesgo A del inversionista en particular.

Éste es un resultado central dentro de la teoría de portafolio, y facilita enormemente el trabajo de los gestores de fondos cuando hacen recomendaciones de inversión para sus clientes. Este teorema implica, por una parte, que el gestor determina un solo portafolio riesgoso óptimo T igual para todos sus clientes. Por otra parte, se les recomendará a los clientes combinar dicho portafolio con la tasa libre de riesgo, dependiendo de su aversión al riesgo, como se ha descrito.

El teorema de separación será empleado en el Capítulo 5 como uno de los supuestos básicos para estimar el rendimiento requerido en el modelo CAPM.

Portafolio óptimo cuando no es posible apalancarse a la tasa libre de riesgo

En el anterior análisis hemos identificado que, en algunos casos, la combinación óptima puede requerir apalancarse a la tasa libre de riesgo, como es el caso del portafolio C_1^* en la Tabla 4.10 y la Figura 4.10.

Hemos mencionado que las posiciones apalancadas suelen ser empleadas en estrategias de inversión de corto plazo, mas no de largo plazo. Por otro lado, en cuanto a inversiones de largo, la mayoría de inversionistas institucionales suelen tener prohibido apalancarse para invertir en sus portafolios. De esta forma, para estas entidades no sería factible tomar posiciones en la línea de combinaciones óptimas de la Figura 4.11 más allá del portafolio de tangencia T. En su lugar, si pueden asumir un nivel de riesgo alto, tomarían posiciones óptimas riesgosas en los portafolios de la frontera eficiente a la derecha de T.

Esta situación más realista está representada en la Figura 4.12, donde la ubicación de los portafolios óptimos es el segmento de la línea de combinaciones desde R_F hasta T, pero de allí en adelante se empalma con el tramo de la frontera eficiente a la derecha de T. Un inversionista lo suficientemente conservador invertiría en C_1*, tal como en la Figura 4.11, combinando con la tasa libre de riesgo; pero otro agresivo, impedido de apalancarse, invertirá en la frontera eficiente, por ejemplo, en el punto representado como C_2*'.

Figura 4.12 Portafolios óptimos sin posibilidad de apalancamiento